

内撑式排桩支护结构的设计优化研究

周爱其¹, 龚晓南², 刘恒新¹, 张宏建¹

(1. 杭州市勘测设计研究院, 杭州 310012; 2. 浙江大学 岩土工程研究所, 杭州 310058)

摘要: 在分析内撑式排桩支护结构受力特性和设计优化空间的基础上, 基于满应力设计基本思想, 建立了支护桩—内支撑(节点)部位的设计优化数学模型, 提出了用于求解该(节点)部位局部最优化解的新的目标函数 $f(X)$ 和相应的设计优化判据, 推导并比较了钢筋混凝土内支撑等效轴向抗压容许应力 σ_c 和支护桩等效抗弯容许应力 σ_m 的3种取值方法, 并以杭州某基坑支护应用为例作了介绍。可供同类基坑支护设计优化时借鉴。

关键词: 内撑式排桩支护结构; 设计优化; 设计变量; 目标函数; 容许应力

中图分类号: TU 411

文献标识码: A

Research on optimum design of retaining piles structure with interior bracing

ZHOU Ai-qi¹, GONG Xiao-nan², LIU Heng-xin¹, ZHANG Hong-jian¹

(1. Geotechnical Investigation and Surveying Institute of Hangzhou, Hangzhou 310012, China;

2. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: Based on analyzing the mechanical characteristics and optimum design room of retaining piles structure with interior bracing, a mathematical model of optimum design for the joint of retaining piles-interior bracing is established; and a new objective function and a optimum design criterion are proposed for finding the partial optimum solution to the location of interior bracing on the basis of the fundamental thought of full stress design; three evaluation methods about the equivalent allowable axial-compressive stress σ_c and bending stress σ_m in the joint are derived and compared; then a application example of a certain excavation in Hangzhou is recommended. The conclusion could be used for reference in optimum design of similar excavations.

Key words: retaining piles structure with interior bracing; optimum design; design variable; objective function; allowable stress

1 引言

在基坑支护设计实践中, 基坑支护设计优化日益成为广大专业技术人员关注和探讨的课题。

所谓基坑支护设计优化, 就是本着“安全可靠、经济合理、施工可行、材尽其用、整体(局部)优化”的原则, 对支护结构多方案及方案的关键部位、结构及构件通过定性或定量分析(一定的学、力学优化方法), 进行技术经济分析比较, 在可行域内找出符合工程特点的最优或最佳方案。其一般数学模型可以表达如下^[1]:

$$\begin{aligned} \text{设 } X &= (x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n)^T \in R^n, \text{ 求 } \min f(X) \\ \text{s.t. } g(X) &\leq 0 \quad (j=1, 2, \cdots, m) \\ h_k(X) &= 0 \quad (k=m+1, m+2, \cdots, p) \end{aligned} \quad (1)$$

式中: $f(X)$ 为目标函数; $X = (x_1, x_2, \cdots, x_n)^T$ 为设计变量, 它可以是连续的, 也可以是离散的; $g(X)$ 、 $h_k(X)$ 为约束方程(约束条件); R^n 为 n 维欧氏空间。

$f(X)$ 作为目标函数是用来作为选择“最优设计”的标准的, 故应代表支护设计中某个最重要的特征, 大多数支护设计将结构最轻取为目标^[1], 也有将支护变形曲线面积^[2]、支护工程造价^[3]、每延米挡土桩的抗弯刚度 EI ^[4] 等作为优化目标的。总之, 目标函数随着支护工程的要求不同, 表现的形式也各不相同, 因此, 具体情况需进行具体分析。

内撑式排桩支护结构是沿海地区广泛采用的一种支护结构形式, 它主要由钢筋混凝土(钢)内支撑、支护排桩及外侧各式止水(防挤土)帷幕(水

收稿日期: 2010-04-13

基金项目: 杭州市新世纪“131”优秀中青年人才培养计划。

作者简介: 周爱其, 男, 1965年生, 工学硕士, 教授级高级工程师, 注册土木(岩土)工程师, 国家建设部专家委首批建工技术专家委员, 主要从事岩土工程勘察、设计和地基基础(桩基础)及基坑(边坡)工程研究工作。E-mail: zhouaq@hkance.com

泥搅拌桩、高压旋喷桩等)等所构成。在一定的水土压力和地表超载作用下,支护结构各部位的内力与位移随着支护桩径与桩间距,竖向各道内支撑标高,各道支撑截面大小与组合,腰(冠)梁的抗弯刚度与受力方式等要素的组合变化而呈复杂变化。该类内撑式排桩支护结构设计优化,至今尚未见到具体、有效和实用的研究。本着简便、实用、有效的原则,本文试图从支护结构受力特性的角度,采用结构优化准则法中的满应力优化准则法来分析研究该类基坑支护结构设计优化问题。

限于篇幅,本文着重研究内撑式排桩支护结构中支护桩-内支撑(节点)部位的(局部)设计优化问题。

2 设计优化模式假设

为方便研究,简化计算,从工程实用、有效角度出发,作如下假定:

(1) 荷载条件已经明确,水土压力与地表超载一定;(2) 内支撑平面呈水平状且已经完成优化、支撑道数已经确定,支护计算模式已经明确;(3) 腰梁(冠梁)的抗弯刚度及约束条件已经给定;(4) 外侧止水(防挤土)帷幕方式已经给出;(5) 将钢筋混凝土支护桩身、内支撑截面概化成均质化杆件,形成统一的等效轴向抗压容许应力 σ_c 和等效抗弯容许应力 σ_m ,两者的计算参见下文。

3 目标函数的确定与支护桩-内支撑(节点)部位设计优化

3.1 目标函数的确定

在分析研究内撑式排桩支护结构的受力特性与设计优化空间的基础上,基于满应力设计的基本思想,现提出如下优化目标函数 $f(X)$ 计算公式:

$$f(X) = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n \left(A_{ij} - A_{ij,\min} \right) \left(A_k - A_{k,\min} \right)} \quad (2)$$

式中: $i=1, 2, \dots, n$; $j=1, 2, \dots, m$; $k=m+1, m+2, \dots, p$; $f(X)$ 为目标函数; A_{ij} 为第 j 种标高下的第 i 道支撑的截面积; $A_{ij,\min}$ 为处于满应力状态下第 j 种标高下的第 i 道支撑所需的最小均质化截面积; A_k 为第 k 种规格(布置)支护桩身截面积; $A_{k,\min}$ 为处于满应力状态下的第 k 种规格(布置)支护桩身所需的最小均质化截面积。

对于均质化支护桩而言,结合式(2)并通过桩身截面抵抗矩与承受弯矩之间的相互关系推导,得到:

$$f(X) = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n \left(A_{ij} - \frac{t_{ij,\max} S_i}{\varphi_i \sigma_c \sin \theta_i} \right) \left(A_k - \frac{8}{d_k} \frac{M_{\max,k}}{\sigma_m} \right)} \quad (3)$$

式中: $t_{ij,\max}$ 为第 j 种标高下的第 i 道支撑沿腰(冠)梁轴线方向每延米所承受的支反力(kN/m); S_i 为第 i 道支撑沿腰(冠)梁轴线方向所承受的支反力范围(m); φ_i 为第 i 道支撑杆件的稳定系数; σ_c 为钢筋混凝土均质化支撑截面等效轴向抗压容许应力(MPa); θ_i 为第 i 道支撑平面中主支撑杆件轴线与支护桩的腰(冠)梁轴线之间夹角($^\circ$); $M_{\max,k}$ 为第 k 种规格(布置)的支护桩身所承受的最大弯矩, (kN·m); d_k 为第 k 种规格(布置)的支护桩径(m); σ_m 为支护桩身(均质化)截面等效抗弯容许应力(MPa)。

从上述目标函数 $f(X)$ 的定义中不难看出, $f(X)$ 实为一个支护桩-内支撑(节点)部位主要构件截面的离差积函数,它表征着支护桩-内支撑(节点)部位支护桩、内支撑构件的设计截面与满应力状态下最小截面的离差程度。离差程度越小,说明构件截面越优化(经济);反之,离差程度越大,则表明构件截面越浪费。

3.2 支护桩-内支撑部位设计优化

现以内撑式排桩支护工程中常用的桁架式对撑+桁架式角撑或四桁架式角撑排桩支护结构(参见文中图11)为例进行分析与说明。鉴于上述两类型的结构受力中主撑杆件的内力与变形远大于斜腹杆等次要杆件,对支护结构的安全稳定与工程造价起控制作用,故选取桁架式对撑中主对撑杆件或斜角撑中主斜撑杆件及与之相交的支护桩作为重点研究(优化)对象,并提出如下设计优化判据,如图1所示。

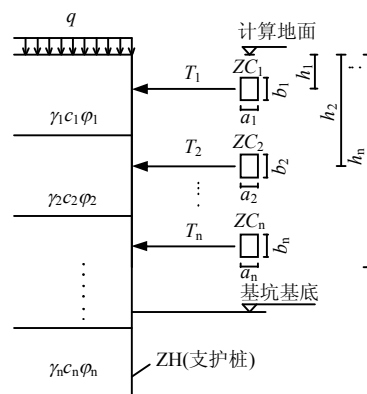


图1 支护桩-内支撑部位设计优化模式
Fig.1 Optimum design mode of the location of retaining piles-interior bracing

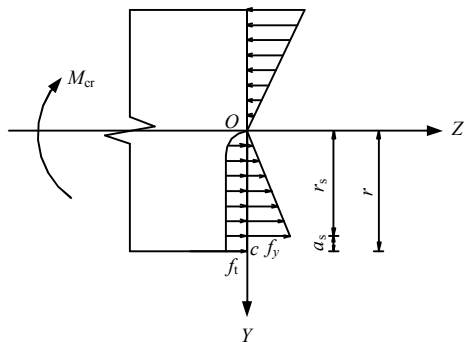


图2 支护桩抗裂极限平衡状态
Fig. 2 State of limit equilibrium of retaining piles against crack

令取优化设计变量

$$\begin{aligned} X &= (d_k, s_a, a_i, b_i, h_{ij})^T, \text{ 求 } \min f(X) \\ \text{s.t. } A_{ij} &\geq A_{ij, \min} \\ A_k &\geq A_{k, \min} \quad S_{\max} \leq [S] \end{aligned} \quad (4)$$

式中: s_a 为支护桩中心距; a_i 为第 i 道支撑的宽度; b_i 为第 i 道支撑的高度; h_{ij} 为第 i 道内支撑所处的第 j 种标高; $S_{\max}$ 为第 k 种规格(布置)支护桩身的最大侧向位移; $[S]$ 为支护桩身的容许侧向位移。

在此需要指出的是, (1) 就工程应用而言, 通过对前述目标函数求 $\min f(X)$ 往往并非在 X 的连续区间上进行优化搜索所得, 而是限于某个离散区间, 其离散区间的大小取决于约束条件, 离散程度取决于预定的优化搜索步长。(2) 上述方法求得的结果实为基于内支撑平面已经给定基础上的局部优化解, 而非局部最优解, 更非整体最优解或优化解。(3) 对于型钢内支撑排桩支护结构而言, 优化计算时只需将 σ_c 值代之以型钢轴向抗压容许应力值, σ_m 则仍按文中 4.2 节相关方法计算。

3.3 等效轴向抗压容许应力 σ_c 、等效横向抗弯容许应力 σ_m 的物理意义

从上节支护桩-内支撑(节点)部位设计优化模型中不难看出, σ_c 、 σ_m 的求解成为设计优化的关键。由于内撑式排桩支护结构中通常支护桩和内支撑构件均由钢筋和混凝土两种材料构成, 其截面特性(如强度、刚度等)随着截面大小、配筋率不同、混凝土强度等级的高低而不同。为此, 通过对钢筋混凝土截面的均质化处理, 选用 σ_c 、 σ_m 两种与截面大小等几何尺寸无关的参数指标来对各种不同截面尺寸的支护桩和内支撑构件分别进行优化评价。换句话说, σ_c 、 σ_m 分别代表着均质化处理后支护桩和内支撑构件正截面所容许达到的最大应力水平。

4 σ_c 和 σ_m 的计算与取值

4.1 内支撑、支护桩构件的受力变形特征和破坏形态

如前所述, σ_c 、 σ_m 的合理求解成为应用本文所提出的支护桩-内支撑(节点)部位设计优化的关键。为更好求得上述参数, 现对内支撑、支护桩构件的受力变形特征和破坏形态进行分析。

在内支撑排桩支护结构中, 由于内支撑杆件多以桁架、角撑等形式出现, 平面内杆件之间联系紧密, 彼此相互约束作用较强; 竖向上又有立柱(立柱桩)以一定的间距承托, 一般不存在长柱因长细比过大产生附加弯矩和柱身侧向挠度过大而导致失稳破坏的情形。因此, 内支撑多以中短柱方式呈轴心受压或小偏心弯压受力状态。相比之下, 若忽略桩身自重及内支撑对其影响, 支护桩身一般呈梁式受力状态。如同普通适筋受弯构件, 在侧向水土压力作用下, 其开始加载到正截面完全破坏, 截面的受力状态可以分为(1)整体工作阶段(简称为I阶段)、(2)带裂缝工作阶段(简称为II阶段)、(3)屈服破坏阶段(简称为III阶段)。

从上述两种构件的受力变形特征和破坏形态中可以看到, 计算 σ_c 时, 主要按钢筋混凝土轴心受压中短柱构件或小偏心弯压构件考虑; 计算 σ_m 时, 则按钢筋混凝土圆形正截面受弯构件考虑较合理。

4.2 σ_c 、 σ_m 的计算与取值

4.2.1 计算与取值方法 I

① σ_c 的计算与取值:

将钢筋混凝土支撑截面均质化, 并根据《混凝土结构设计规范》(GB50010-2002)第 7.3.1 条款, 有: $N \leq 0.9\varphi(f_c A + f_y' A_s')$ [5], 取其中等式部分并将等式两边同除以 φA , 得到:

$$\sigma_c = \frac{N}{\varphi A} = 0.9(f_c + f_y' \rho_s') \quad (5)$$

式中符号意义参见文献[5]中的相关条款。

② σ_m 的计算:

设有内撑式排桩支护结构中某一支护桩身正截面参与工作并处于抗裂极限平衡状态^[6], 如图 2 所示。此时受拉侧边缘钢筋应力峰值达到钢筋抗拉强度极限值 f_y , 总体上呈图 3 所示的圆弧曲面 $abcde$ 分布, 受拉侧混凝土同时达到抗拉强度标准值 f_{tk} 且呈图 2 所示近似矩形分布(I 和 II 阶段临界点)。现将桩身截面均质化并给出图 4 所示的 σ_m 应力分布, 将中性轴一侧抗拉区离散配置的受拉钢筋沿钢筋所在半圆弧线连续化并设连续化钢筋带等效宽度为 b_c 。设桩身圆截面配筋率为 ρ_s , 支护桩半

径为 r ，受拉侧钢筋中心至桩身截面中心的半径为 r_s ，受拉侧钢筋保护层厚度为 a_s ，则有：

$$\begin{aligned}\pi r_s b_e &= \rho_s \frac{1}{2} \pi r^2 \\ b_e &= \frac{r^2 \rho_s}{2 r_s}\end{aligned}\quad (6)$$

依据截面等效代换原理，要求受拉侧截面同时满足等效前后所受内力相和对中性轴抗拉力矩相等的条件并取两者计算结果的较小值。

(1) 受拉侧截面满足等效前后对中性轴抗拉力矩相等条件的 σ_m 计算

设图 2、3 中支护桩受拉侧截面处于抗裂（极限）平衡状态，由 YOZ 平面上的几何关系得到： O_c 的斜截面方程为

$$z = \frac{f_y}{r_s} y \quad (7)$$

已知支护桩截面受拉侧钢筋带的极坐标方程可表示为

$$\begin{cases} x = r_s \cos \theta \\ y = r_s \sin \theta \end{cases} \quad (0 \leq \theta \leq \pi) \quad (8)$$

将式 (8) 代入式 (7) 并整理得到：

$$z = f_y \sin \theta \quad (9)$$

由图 2、3 分析得到，截面受拉侧抗拉力矩由半圆弧钢筋带和半圆形混凝土分别提供的抗拉力矩两部分组成。现设由 r_s 半圆弧上微钢筋带 $r_s d\theta$ 对图 3 中 X 轴（中性轴）的抗拉力矩为 $d\tau_{21}$ ，其总的抗拉力矩为 Γ_{21} ，（相对于截面受压侧对 X 轴的抗压力矩为 Γ_1 而言，余同），则有：

$$\Gamma_{21} = \int_0^\pi d\tau_{21} = \int_0^\pi r_s d\theta b_e f_y \sin \theta r_s \sin \theta = \frac{\pi}{2} r_s^2 f_y b_e \quad (10)$$

与此同时，由受拉侧混凝土对图 3 中 X 轴（中性轴）的抗拉力矩为 Γ_{22} ，则有：

$$\Gamma_{22} = f_{tk} \frac{1}{2} \pi r^2 \frac{4}{3\pi} r = \frac{2}{3} f_{tk} r^3$$

则由受拉侧钢筋和混凝土所产生的总的抗拉力矩 Γ_2 为

$$\Gamma_2 = \Gamma_{21} + \Gamma_{22} = \frac{\pi}{2} r_s^2 f_y b_e + \frac{2}{3} f_{tk} r^3 \quad (11)$$

图 4 所示为均质化后的抗拉侧半圆形截面上的应力分布， σ_m 即为受拉侧容许抗拉（抗弯曲）应力，比照图 3 中的上述推导，有：

$$z = \sigma_m \sin \theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$

受拉侧截面对图 4 中 X 轴（中性轴）所产生的抗拉力矩为 Γ_{2e} ，则有：

$$\Gamma_{2e} = \int_0^\pi \frac{1}{2} r \sin \theta \sigma_m \sin \theta r \sin \theta d\theta \frac{2}{3} r \sin \theta = \frac{\pi}{8} r^3 \sigma_m \quad (12)$$

令 $\Gamma_2 = \Gamma_{2e}$ ，且注意到 $r_s \approx r$ （余同），于是得到：

$$\sigma_m = \frac{8}{\pi} \frac{\Gamma_2 + \Gamma_{2e}}{r^3} \approx 2 f_y \rho_s + \frac{16}{3\pi} f_{tk} \quad (13)$$

(2) 受拉侧截面满足等效前后内力相等条件的 σ_m 计算

如图 3、4 所示，并上述相关条件，截面受拉侧抗拉力由半圆弧钢筋带和半圆形混凝土分别提供的抗拉力两部分组成。

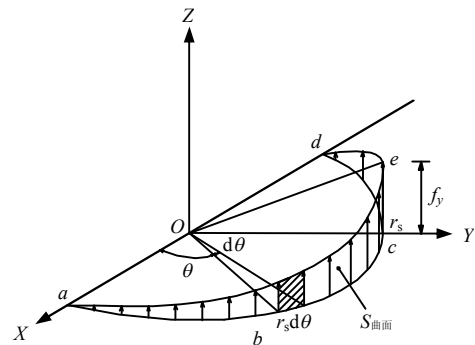


图 3 支护桩受拉侧截面 $abcd$ 上等效力分布 A

Fig.3 Distribution A of equivalent rebars stress in tensile section $abcd$ of retaining piles

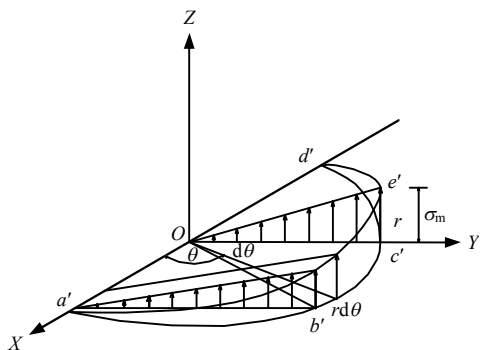


图 4 受拉侧均质化截面 $a'b'c'd'$ 上等效力分布 A

Fig.4 Distribution A of equivalent rebars stress in homogenous section $a'b'c'd'$ of retaining piles

现设由 r_s 半圆弧微钢筋带 $r_s d\theta$ 对图 3 中 X 轴（中性轴）的抗拉力为 $d\tau_{21}$ ，其总的抗拉力为 Γ_{21} ，（相对于桩身截面受压侧对 X 轴的抗压力 F_1 而言，余同），则有：

$$F_{21} = s_{\text{斜截面}2} b_c = \left(\int_0^\pi df_{21} \right) b_c = \left(\int_0^\pi f_y \sin \theta \sqrt{(r_s \cos \theta)^2 + (r_s \sin \theta)^2} d\theta \right) b_c = f_y r^2 \rho_s \quad (14)$$

又因为混凝土抗拉内力 $F_{22} = \frac{\pi}{2} f_{tk} r^2$, 所以总的抗拉内力为

$$F_2 = F_{21} + F_{22} = f_y r^2 \rho_s + \frac{\pi}{2} f_{tk} r^2 \quad (15)$$

而等效抗拉内力 F_{2e} 为

$$F_{2e} = \int_0^\pi \frac{1}{2} r \sin \theta \sigma_m \sin \theta r \sin \theta d\theta = \frac{2}{3} r^2 \sigma_m \quad (16)$$

令 $F_2 = F_{2e}$, 得到:

$$\sigma_m = \frac{F_2 + F_{2e}}{\frac{2}{3} r^2} = \frac{3}{2} \left(f_y \rho_s + \frac{\pi}{2} f_{tk} \right) \quad (17)$$

(3) σ_m 的取值: 按照等截面等效代换原理, 通常取上述式 (13)、(17) 中的较小值。

4.2.2 取值方法 II

(1) σ_c 的计算与取值

在 4.2.1 节①中讨论的是内支撑作为轴心受压构件进行分析计算的。显然, 这种建模处理方式是粗略的。事实上, 由于受到支撑构件自重和其上施工活载的作用, 加之内支撑构件现场浇筑时形成的施工偏差等因素影响, 构件处于小偏心弯压受力状态。

根据《混凝土结构设计规范》(GB50020—2002) 第 7.3.4 条, 矩形截面偏心受弯构件正截面受弯承载力计算公式^[5]:

$$N \leq \alpha_1 f_c b x + f_y' A_s' - \sigma_s A_s \quad (18)$$

$$Ne \leq \alpha_1 f_c b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y' A_s' (h_0 - a_s') \quad (19)$$

现将式 (18) 两边同时除以构件截面积并考虑到支护结构小偏心受力特点 (σ_s 取为 0), 经等式变换和推导, 得到:

$$\sigma_c \approx \alpha_1 f_c \xi_b + f_y' \rho_s' \quad (20)$$

同理, 将式 (19) 两边同除以构件截面抵抗矩后经推导得到:

$$\sigma_c = 6 \left[\alpha_1 f_c \xi_b \left(1 - \frac{\xi_b}{2} \right) + f_y' \rho_s' \right] \quad (21)$$

限于篇幅, 上述式 (18) ~ (21) 中相关符号意义详见文献[5]中的相关条款。

σ_c 的取值: 按照等截面等效代换原理, 通常取上述式 (20)、(21) 中的较小值。

(2) σ_m 的计算

4.2.1 节②中讨论的是支护排桩处于抗裂极限 (平衡) 状态 (变形控制考虑) 时的情形。考虑到支护结构多为临时结构, 在满足安全性和保护基坑周边环境的前提条件下, 允许支护构件处于带裂缝工作状态, 如图 5 所示。按照 4.1 节分析假定, 此时, 由于支护桩正截面受拉侧混凝土大部分退出工作, 拉力几乎全部由受拉钢筋承担, 在裂缝出现的瞬间, 钢筋应力将突然增大很多。因而裂缝一出现就立即开展至一定的高度, 并延伸到一定的高度^[6], 排桩正截面中性轴上移。随着受拉侧混凝土全部退出抗拉工作, 受拉侧纵向钢筋强度可达到 f_{yk} , 截面处于受拉钢筋开始屈服状态 (II、III 阶段临界点)。此时, 支护截面的应力分布如图 5、6 所示。

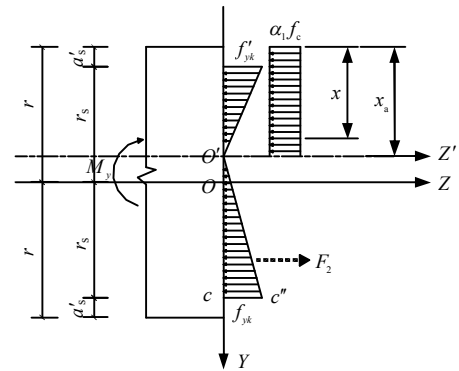


图 5 支护桩带裂缝工作状态 A
Fig.5 Work state A of retaining piles with crack

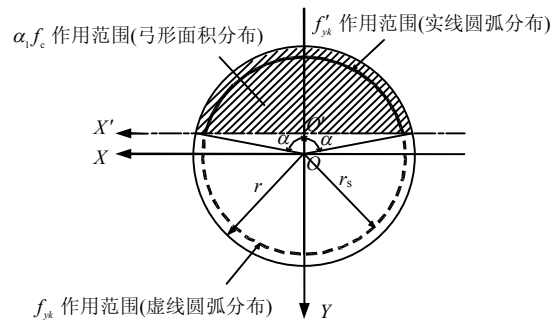


图 6 支护桩正截面正视图 A
Fig.6 Front elevation A of normal section of retaining piles

①受拉侧截面满足等效前后对中性轴抗拉力矩相等的 σ_m 计算

从图 5、7 中看出, 对于所研究支护桩正截面而言, 相对于初始中性轴的位置 X, 中性轴已升至 X'

的位置, 此处假设图中的中性轴 X' 的相对位置 (α 角) 已知。

由已知条件和图 5、7 得到, 截面等效前, 在 X - Y - Z 直角坐标系中 $o'f$ 斜截面方程为

$$z = \frac{f_{yk}}{r_s + r \cos \alpha} (y + r \cos \alpha) \quad (22)$$

同时比照式 (8), 等效前, 在 X - Y - Z 直角坐标系中, 有:

$$\begin{cases} x = r_s \cos \theta \\ y = r_s \sin \theta \end{cases} \quad \left(-\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2} - \alpha \right) \quad (23)$$

根据等截面等效代换原理, 截面等效前后对 X' 中性轴的抗拉力矩应该相等。等效前截面受拉纵向钢筋抗拉力矩:

$$\begin{aligned} \Gamma_2 &= \int_L (z ds) b_e (y + r \cos \alpha) = \\ &= \frac{f_{yk} b_e r_s}{r_s + r \cos \alpha} \int_{-\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}^{\frac{3\pi}{2} - \alpha} (r_s \sin \theta + r \cos \alpha)^2 d\theta = \\ &= \frac{f_{yk} b_e r_s}{r_s + r \cos \alpha} \left[r_s^2 \left(\pi - \alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right) + \right. \\ &\quad \left. 2r_s r \sin 2\alpha + 2(\pi - \alpha) r^2 \cos^2 \alpha \right]^{[7]} \quad (24) \end{aligned}$$

参见图 6、8。比照图 5 中 $o'f$ 斜截面方程, 可得截面等效后 $o'f$ 斜截面方程为

$$z = \frac{\sigma_m}{r + r \cos \alpha} (y + r \cos \alpha) \quad (25)$$

同时等效后, 在 X - Y - Z 直角坐标系中, 有:

$$\begin{cases} x = r' \cos \theta \\ y = r' \sin \theta \end{cases} \quad \left(-\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2} - \alpha \right) \quad (26)$$

$0 \leq r' \leq r$ (在此处 r' 为变量)

等效后均质化截面受拉侧对 X' 中性轴的抗拉力矩 Γ_{2e} 由两部分组成, 一部分由图 8 中介于 X 与 X' 轴之间, 由圆心角 2α 所对应的三角形面所覆盖的抗拉合力对 X' 轴的抗拉力矩 Γ_{2e1} ; 另一部分为由图 8 中 X' 轴右侧除三角形面以外的扇形面所覆盖的抗拉合力对 X' 轴的抗拉力矩 Γ_{2e2} , 于是有:

$$\begin{aligned} \Gamma_{2e} &= \Gamma_{2e1} + \Gamma_{2e2} \\ \Gamma_{2e1} &= \iiint_{\Omega_{\text{三角形}}} (y + r \cos \alpha) dx dy dz = \\ &= \frac{\sigma_m}{r + r \cos \alpha} \frac{1}{6} r^4 \sin \alpha \cos^3 \alpha^{[7]} \quad (27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{2e2} &= \iiint_{\Omega_{\text{扇形}}} (y + r \cos \alpha) dx dy dz = \\ &= \frac{\sigma_m}{r + r \cos \alpha} \left[\frac{r^4}{4} \left(\pi - \alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right) + \right. \\ &\quad \left. \frac{2}{3} r^4 \sin 2\alpha + r^4 (\pi - \alpha) \cos^2 \alpha \right]^{[7]} \quad (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{2e} &= \frac{\sigma_m}{r + r \cos \alpha} \left[\frac{1}{6} r^4 \sin \alpha \cos^3 \alpha + \frac{r^4}{4} \cdot \right. \\ &\quad \left. \left(\pi - \alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right) + \frac{2}{3} r^4 \sin 2\alpha + r^4 (\pi - \alpha) \cos^2 \alpha \right] \quad (29) \end{aligned}$$

令 $\Gamma_2 = \Gamma_{2e}$, 即可求得 σ_m 。

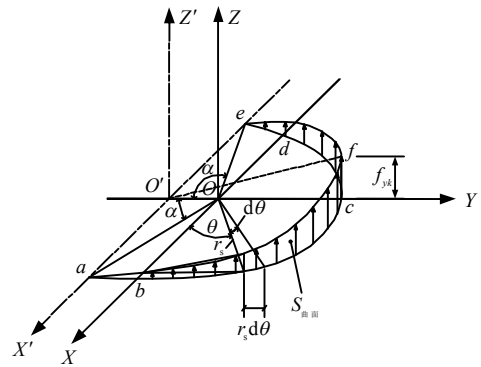


图 7 支护桩受拉侧截面 $abcd$ 上等效力分布 B
Fig.7 Distribution B of equivalent rebar stress
in tensile section $abcd$ of retaining piles

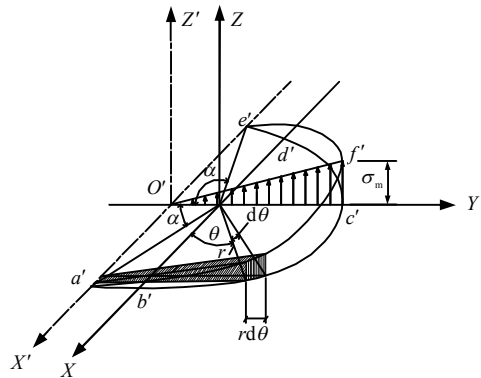


图 8 受拉侧均质化截面上
 $a'b'c'd'$ 上等效力分布 B
Fig.8 Distribution B of equivalent rebar stress
in homogenous section $a'b'c'd'$ of retaining piles

讨论: 当 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ 时, 有: $\Gamma_2 = \frac{\pi}{2} f_{yk} r_s^2 b_e$, 形同前面 4.2.1 节②中式 (10) Γ_{21} (仅由式 (10) 中的 f_y 转换成 f_{yk})。同样, 当 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ 时, 则有: $\Gamma_{2e} = \frac{\pi}{8} r^3 \sigma_m$, 同前面 4.2.1 节②中式 (12)。

故从上述讨论中得到: 抗裂极限(平衡)状态与受拉钢筋开始屈服状态分别是支护桩身正截面受弯工作 3 阶段的两个特征点, 也是支护桩正截面带裂缝工作阶段的两个端点状态。从(10)式 F_{21} 到式(24) F_2 , 从式(12) F_{2e} 到式(29) F_{2e} 的演变, 一方面表明两状态之间呈自然过渡特性; 另一方面也说明依据等效前后抗拉力矩相等原则而得出的等效 σ_m 计算结果的合理性与准确性。由此也可认为, 支护桩正截面抗裂极限(平衡)状态实际上相当于带裂缝工作状态的一种特例; 而后者则是前者的一般(普遍)情形。

②受拉侧截面满足等效前后内力相等条件的 σ_m 计算

根据等截面等效代换原理, 截面等效前后受拉侧相对 X' 中性轴的抗拉合力应该相等, 并注意到式(22)、(23)、(25)、(26), 则: 等效前截面受拉侧的抗拉合力:

$$F_2 = \left[\int_L Z(x, y) ds \right] b_c = \frac{f_{yk} r^2 \rho_s}{r_s + r \cos \alpha} \left[r_s \sin \alpha + (\pi - \alpha) r \cos \alpha \right]^{[7]} \quad (30)$$

等效后均质化截面受拉侧抗拉力 F_{2e} 同样由两部分组成, 一部分由图 8 中介于 X 与 X' 轴之间, 由圆心角 2α 所对应的三角形面所覆盖的抗拉合力 F_{2e1} ; 另一部分由图 8 中 X' 轴右侧除三角形面以外的扇形面所覆盖的抗拉合力 F_{2e2} , 于是有:

$$F_{2e} = F_{2e1} + F_{2e2} = \iint_{D_{\text{三角形}}} z(x, y) dx dy + \iint_{D_{\text{扇形}}} z(x, y) dx dy = \frac{\sigma_m}{r + r \cos \alpha} \left[\frac{1}{3} r^3 \sin \alpha \cos^2 \alpha + \frac{2}{3} r^3 \sin \alpha + (\pi - \alpha) r^3 \cos \alpha \right]^{[7]} \quad (31)$$

令 $F_2 = F_{2e}$, 即可求得 σ_m 。

讨论: 当 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ 时, 有: $F_2 = f_{yk} r^2 \rho_s$, 形同前面 4.2.1 节②中式(14) F_{21} (仅由式(14)中的 f_y 转换成 f_{yk})。同样, 当 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ 时, 则有: $F_{2e} = \frac{2}{3} r^2 \sigma_m$, 同前面 4.2.1 节②中(16)式。

从上述讨论中再次可以看到: 抗裂极限(平衡)状态与受拉钢筋开始屈服状态分别是支护桩身正截面受弯工作的 2 个特征点, 也是带裂缝工作阶段的 2 个端点状态。从式(14) F_{21} 到式(30) F_2 ,

从式(16) F_{2e} 到式(31) F_{2e} 的演变, 一方面表明两状态之间呈自然过渡特性; 另一方面也说明依据等效前后抗拉内力相等原则而得出等效 σ_m 计算的合理性与准确性。由此也可认为, 支护桩正截面抗裂极限(平衡)状态实际上相当于带裂缝工作状态的一种特例, 而后者则是前者的一般(普遍)情形。

(3) σ_m 的取值: 按照等截面等效代换原理, 通常取上述①、②小节中 σ_m 计算结果的较小值。

4.2.3 取值方法 III

① σ_c 的计算与取值: 同取值方法 II。

② σ_m 计算与取值

事实上, 《混凝土结构设计规范》中 7.2.6 条中明确了圆形截面受弯构件的正截面受弯承载力计算公式, 它是基于如下图 9、10 所示的假设基础上通过推导得出的。

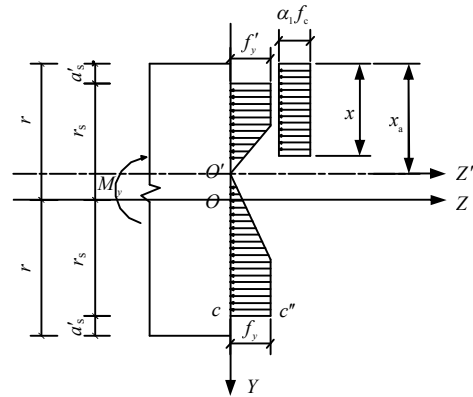


图 9 支护桩带裂缝工作状态 B
Fig.9 Work state B of retaining piles with crack

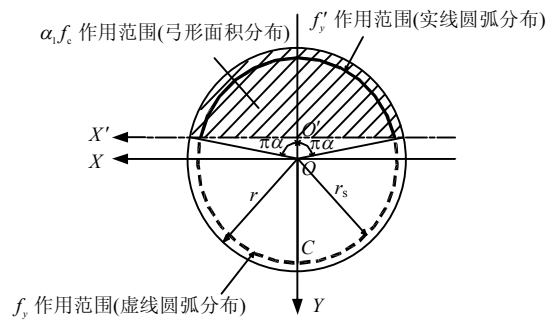


图 10 支护桩正截面正视图 B
Fig.10 Front elevation B of normal section of retaining piles

依据混凝土结构设计规范 7.2.6 和 7.3.8 条, 沿圆周均匀配置纵向钢筋的钢筋混凝土圆形截面受弯构件, 其正截面受弯承载力计算公式^[5]如下:

$$\alpha \alpha_1 f_c A \left(1 - \frac{\sin 2\pi \alpha}{2\pi \alpha} \right) + (\alpha - \alpha_1) f_y A_s = 0 \quad (32)$$

$$M_{\max} = \frac{2}{3} \alpha_1 f_c A r \frac{\sin^3 \pi \alpha}{\pi} + f_y A_s r_s \frac{\sin \pi \alpha + \sin \pi \alpha_t}{\pi} \quad (33)$$

$$\alpha_t = 1.25 - 2\alpha \quad (34)$$

对式 (33) 两边同时除以圆形截面的抵抗矩 $w = \frac{1}{32} \pi d^3 = \frac{1}{4} \pi r^3$, 并经化简得到:

$$\sigma_m = \frac{8}{3} \alpha_1 f_c \frac{\sin^3 \pi \alpha}{\pi} + 4 f_y \rho_s \frac{\sin \pi \alpha + \sin \pi \alpha_t}{\pi} \quad (35)$$

式中相关符号意义详见文献[5]中相关条款。

σ_m 的取值: 在通过联合式 (32)、(34) 求得比值 α (与前述定义不同) 的基础上, 代入式 (35) 求得。

4.2.4.3 种取值方法的比较与讨论

基于满应力设计准则的内撑式排桩支护结构优化设计模式需要用到 σ_c 值和 σ_m 值 2 个重要参数, 而内支撑-支护桩节点部位正截面不同的应力分布与极限状态模式则导致大小不同的 σ_c 与 σ_m 值, 也预示着各自适用于不同的支护场合。

(1) 取值方法 I 一方面是基于不允许出现支护桩身裂缝的抗裂极限平衡状态和与之对应的图 2~4 正截面应力分布模式而得出的, 此时, 正截面受拉侧混凝土与纵向受力钢筋共同起作用。与取值方法 II 相比, 尽管多了受拉侧混凝土的抗拉作用和假设受拉钢筋强度为 f_y , 但因混凝土抗拉力较小和受拉钢筋强度发挥不高, 其 σ_m 值一般比取值方法 II 要小一些; 与取值方法 III 相比, 因 σ_c 与 σ_m 值相对较低, 所需支护桩截面与支护刚度相对较大, 桩身材料用量随之较大, 主要适用于基坑支护周边环境要求高、支护变形控制严格的支护场合; 另一方面, 该法假设节点部位内支撑构件处于轴心抗压状态, 显然与内支撑实际受力工况有差异, 因而宜主要用于内支撑杆件长细比较小的支护桩-内支撑节点部

位。

(2) 取值方法 II 则是基于桩身带裂缝工作阶段中截面受拉侧纵向钢筋开始屈服极限状态和与之对应的图 5~8 正截面应力分布模式而求得的, 此时, 正截面受拉侧混凝土退出工作, 拉应力几乎全部由纵向受力钢筋承担。与取值方法 I 相比, 尽管无受拉侧混凝土的抗拉作用, 但因受拉钢筋的强度发挥至 f_{yk} , 要高于 f_y , 其 σ_m 值可能要高一些; 与取值方法 III 相比, 由于受拉侧钢筋屈服点仅位于受拉侧边缘的 C 点 (见图 5 所示), 塑性 (屈服) 延展区域远小于取值方法 III, 因此, σ_m 值相对于取值方法 III 较低。此外, 由于假设内支撑处于小偏心弯压受力状态, 较符合内支撑实际受力工况。该法应适用于基坑支护周边环境相对宽松、止水要求不高、桩身配筋率相对较高的支护场合。

(3) 取值方法 III 是基于桩身处于承载能力极限状态与之对应的图 9~10 正截面应力分布模式而得到的, 此时, 正截面受拉侧纵向受力钢筋承担全部拉应力且塑性延展呈如图 9 所示梯形分布。与取值方法 I 和取值方法 II 相比, 受拉侧纵向钢筋潜力发挥较为充分, σ_m 值相对较大。此外, 因同样假设内支撑处于小偏心弯压受力状态, 较符合内支撑实际受力工况。该法主要适用于基坑支护周边环境要求较高、支护变形控制有一定要求的支护场合。

5 工程应用实例

5.1 工程概况与场地条件

杭州某高层建筑两层地下室基坑平面呈近似正方形, 基坑平面外包尺寸约 78 m×71 m。基础桩型为大直径钻孔灌注桩。基坑挖深 H 一般为 8.85 m (中间电梯井坑处挖深 11.05~12.15 m)。

该基坑场地位于杭州城西滨海湖沼相沉积平原地貌单元上, 基坑开挖及其影响范围内各土层分布如表 1 所示。

表 1 主要土层物理力学性质指标
Table 1 Physico-mechanical properties of main soil masses

层号	岩土名称	含水率 /%	重度 /(kN/m ³)	孔隙比	直剪固快		三轴 UU	
					黏聚力/kPa	内摩擦角/(°)	黏聚力/kPa	内摩擦角/(°)
①	杂填土		(18)		(10)	(10)		
④ ₁	淤质黏土	49.2	17.2	1.36	7.0	5.5	1.5	4.6
④ ₂	淤质粉质黏土	45.0	17.6	1.24	6.5	8.5	1.3	4.9
⑥ ₁	淤质粉质黏土	41.9	17.9	1.16	9.0	10.8		
⑥ ₂	淤质黏土	44.5	17.6	1.26	10.0	8.0		
⑦ ₁	淤质粉土混粉砂	27.5	19.6	0.77	7.3	14.1		

注: 括号内为经验指标。

5.2 基坑支护方案分析与内支撑平面优化设计

该基坑采用变形控制的设计思路，比照杭州城西地区类似基坑支护的成功做法，采用了内撑式排桩支护结构进行支护，外侧采用水泥搅拌桩用作止水 and 防挤土。

通过（水平）内支撑平面优化比较，实际采用了（单排）钢筋混凝土排桩+（两道）桁架式角撑的支护形式（如图 11、12 所示）。

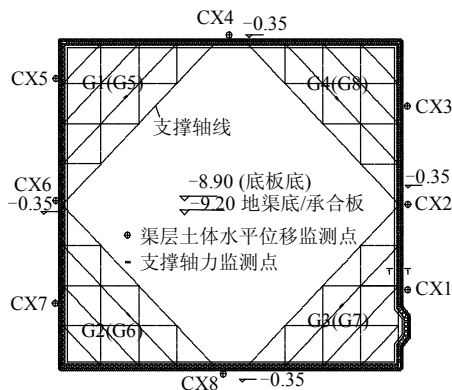


图 11 基坑支护平面布置

Fig. 11 Plane layout of braced excavation

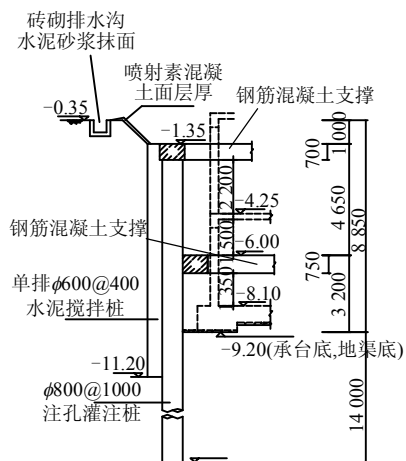


图 12 1-1 支护剖面

Fig. 12 Bracing section 1-1

5.3 支护桩-内支撑部位设计优化分析

因限于篇幅，着重对 1—1 支护剖面进行分析。现以该剖面中桁架式角撑的主撑杆件为研究对象（参见图 12），忽略斜腹杆（次要杆件）对腰梁的约束作用。设地表施工堆载及车辆运行超载为 25 kPa，支护桩身强度等级为 C25。拟设 2 道支撑，支撑截面为正方形，支撑截面强度等级为 C30，腰梁采用 700~750 mm×1 000 mm 的 C30 钢筋混凝土梁，现浇通长设置。

现取 $X = (d, s_a, b_1, b_2, h_1, h_2)^T$ ，求 $\min f(X)$

$$f(X) = \sqrt{\prod_{i=1}^2 \left(A_{ij} - \frac{t_{ij, \max} S_i}{\varphi_i \sigma_c \sin \theta_i} \right)} \left(A_k - \frac{8}{d} \frac{M_{\max, k}}{\sigma_m} \right)$$

$$A_{ij} \geq \frac{t_{ij, \max} S_i}{\varphi_i \sigma_c \sin \theta_i} \quad A_k \geq \frac{8}{d} \frac{M_{\max, k}}{\sigma_m}$$

$$S_{\max} \leq [s] = 0.005H^{[8]} \approx 44 \text{ mm} \quad (36)$$

式中： $i=1, 2$ ； $j=1, 2, \dots, 8$ ； $k=1, 2, 3$ 。

支护桩与主撑杆件的优化搜索范围与搜索步长、优化搜索计算结果详见表 2、3。

表 2 优化搜索范围及搜索步长
Table 2 Optimum search ranges and paces

优化部位	优化搜索范围	优化搜索步长 / mm
支护桩径与桩间距	$\phi 700 @ 900 \sim \phi 900 @ 1100$	100@100
第 1 道支撑截面宽度(高度)	$500 \text{ mm} \leq b \leq 850 \text{ mm}$	50
第 2 道支撑截面宽度(高度)	$550 \text{ mm} \leq b \leq 900 \text{ mm}$	50
第 1 道支撑(轴线)落深 h_1	$0.1 \text{ m} \leq h_1 \leq 1.9 \text{ m}$	200
第 2 道支撑(轴线)落深 h_2	$5.0 \text{ m} \leq h_2 \leq 6.4 \text{ m}$	200

表 3 优化搜索计算结果
Table 3 Calculation results of optimum search

优化方法	σ_c / MPa	σ_m / MPa	$f(X)_{\min}$ / m^4	$S_{\max}$ / mm
方法 I	15.6	9.7	-8.2×10^{-4}	40.2
方法 II	14.4	10.2	-4.76×10^{-3}	34.2
方法 III	15.6	14.7	7.95×10^{-5}	32.0

注：方法 I 与方法 II 给出的 $f(X)$ 值为负值中的绝对值最小值。

从表 3 可以看出：

(1) 由于取值方法 I、取值方法 II 与取值方法 III 采用的计算模型与正截面内力分布的假设不同，导致前两者的 $f(X)_{\min}$ 值出现负值，进而不满足判别式 (36)，说明方法 I、方法 II 的计算模式尤其是其正截面内力分布的假设偏于保守，有待于进一步改进；而方法 III 中给出了采用小偏心弯压支撑条件下的 $f(X)_{\min}$ 值，符合满应力准则下的优化条件，其对应的 $X = (800, 1000, 700, 750, 0.7, 5.4)^T$ ， $S_{\max} = 32 \text{ mm} < [S] = 0.005 \times 8850 = 44 \text{ mm}$ ，满足判别式 (36)，应属于符合满应力设计准则优化条件的局部优化解；

(2) 比较表 3 中与 $f(X)$ 对应的支护桩体侧向最大位移值 $S_{\max}$ 的大小后不难发现，方法 III 所求出的 $S_{\max}$ 要比方法 I、方法 II 小，这也从支护变形角度说明，其最大侧向位移与其采用的计算模型与正截面内力分布的假设同样是相关的。

考虑到工程实践中内支撑轴线标高的适当下压有利于提高支护桩墙的整体稳定性,并有效改善支护桩体的最大侧向位移,实际工程中将上下两道内支撑轴线标高整体下压 0.6 m,即优化调整为 $X = (800, 1\,000, 700, 750, 1.3, 6.0)^T$ 。具体参见支护平面布置图(图 11)、典型的 1-1 支护剖面(图 12)和基坑实例概貌(图 13)。



图 13 基坑实例概貌

Fig.13 General picture of braced excavation example

基坑监测结果表明,该基坑在开挖与地下室结构施工期间,支护体系整体稳定,周边环境与地下管线安全。图 14 及图 15 (G_3 、 G_7 点)分别为支护 1—1 剖面中支护桩外侧土体的实测侧向位移和上、下两道内支撑的实测轴力图, $S_{\max} = 82.54\text{ mm}$, $N_{1\max} = 4\,156\text{ kN}$, $N_{2\max} = 2\,691\text{ kN}$ 。支护桩外侧土体侧向位移与预估值 (33.9 mm) 相比偏大;上道内撑轴力与预估值 ($2\,770\text{ kN}$) 相比偏大而下道内撑轴力与预估值 ($3\,938\text{ kN}$) 相比偏小。究其原因,主要为①基坑侧壁与基底淤质软土存在蠕变效应导致被动抗力区变位偏大而在设计优化中难以考虑;

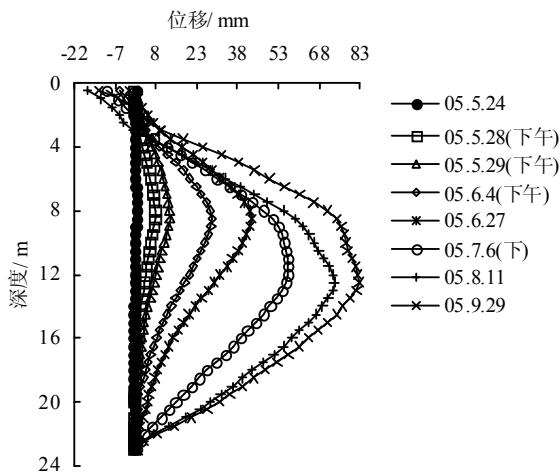


图 14 1-1 剖面段支护桩外侧土体侧向位移

Fig.14 Lateral displacements of external soil mass close to retaining piles in section 1-1

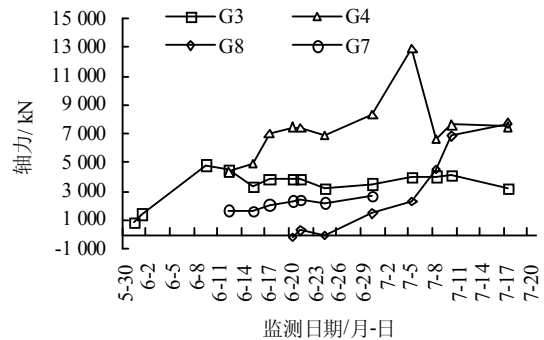


图 15 1-1 剖面段主撑杆件轴力 (G_3 、 G_7)

Fig.15 Axial forces of main bracing piles in section 1-1 (G_3 、 G_7)

②下道内撑从开槽浇筑、养护到内撑受力参与工作的间隔时间过长,致使该期间支护桩随之产生附加侧向变位,同时由于该期间的应力松弛导致上道内撑轴向应力偏大而下道内撑轴向应力随之偏小。

6 结 论

(1) 本文分析了内撑式排桩支护结构的受力特性和存在的设计优化空间,并基于满应力设计的基本思想,提出了新的优化目标函数 $f(X)$ 表达式和支护桩-内支撑部位设计优化判据,可供同类基坑支护工程优化设计时借鉴。

(2) 基于支护排桩与支撑截面的均质化假定及支护桩截面上受力钢筋带连续性分布假设,推导求得了 3 种计算内支撑等效轴向抗压容许应力 σ_c 和支护桩等效抗弯容许应力 σ_m 的方法,为支护桩—内支撑部位设计优化判据的应用奠定了基础。同时指出了方法 I、方法 II 一般偏于保守,需要进一步改进,而方法 III 则可直接地应用于内撑式排桩支护结构设计施工中。

(3) 文中通过 $f(X)_{\min}$ 求得的是针对支护桩—内支撑(节点)部位的局部优化解,尚未涉及到节点部位腰梁(围檩)等以及支护结构其他部位的设计优化,因而并非局部最优解,更非支护结构整体最优解。对于后者,尚需作进一步分析研究。

(4) 对于型钢内支撑排桩支护结构而言,亦可参照本文提出的设计优化判据进行支护桩-内支撑(节点)部位的设计优化,只是需将 σ_c 值改用型钢的轴向抗压容许应力代入。

参 考 文 献

- [1] 张炳华, 侯昶. 土建结构优化设计[M]. 上海: 同济大学出版社, 1998: 4, 50, 268.

- [2] 莫海鸿, 周元香, 彭影, 等. 多支点支护结构优化设计[J]. 工程勘察, 2001, (1): 2—3.
MO Hai-hong, ZHOU Han-xiang, PENG Ying, et al. Optimum design of support system of multi-layers[J]. **Geotechnical Investigation and Surveying**, 2001, (1): 2—3.
- [3] 吴江滨, 王梦恕. 深基坑开挖中桩墙体系支护的结构优化设计[J]. 岩土力学, 2004, 25(3): 471—472.
WU Jiang-bin, WANG Meng-shu. Structural design optimization when using pile/wall retaining system for excavation of a deep foundation pit[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(3): 471—472.
- [4] 刘岸军, 钱国桢, 龚晓南. 土层锚杆和挡土桩共同作用的非线性分析及其优化设计[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(10): 1289—1291.
- LIU An-jun, QIAN Guo-zhen, GONG Xiao-nan. Nonlinear analysis of combined actions of anchor rod and earth-retaining pile wall and its optimum design[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2006, 28(10): 1289—1291.
- [5] 中华人民共和国建设部. GB50020—2002 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002: 48.
- [6] 蓝宗建, 梁书亭, 孟少平. 混凝土结构设计原理[M]. 南京: 东南大学出版社, 2002: 43—46.
- [7] 数学手册编写组. 数学手册[M]. 北京: 高等教育出版社, 1979: 265—266.
- [8] 林鸣, 徐伟. 深基坑工程信息化施工技术[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2006: 71—72.